

$$123 \times 4567 + 89 \cdot 6538$$

# 5<sup>η</sup> ενότητα

- Προσθέσεις και αφαιρέσεις
- Αλγόριθμος του πολλαπλασιασμού

- 27** **Κεφάλαιο 27<sup>ο</sup>:**  
Προσθέσεις και αφαιρέσεις με τετραψήφιους αριθμούς
- 28** **Κεφάλαιο 28<sup>ο</sup>:**  
Προς τον πολλαπλασιασμό (I)
- 29** **Κεφάλαιο 29<sup>ο</sup>:**  
Προς τον πολλαπλασιασμό (II)
- 30** **Κεφάλαιο 30<sup>ο</sup>:**  
Ο αλγόριθμος του πολλαπλασιασμού
- 31** **Κεφάλαιο 31<sup>ο</sup>:**  
Προβλήματα
- 32** **Κεφάλαιο 32<sup>ο</sup>:**  
Επαναληπτικό μάθημα

# -72x15

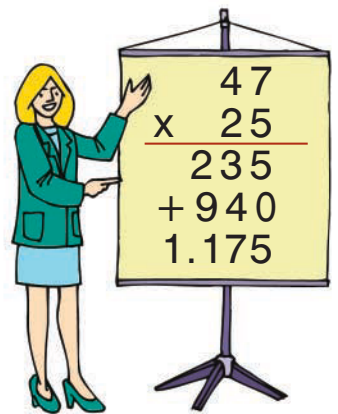
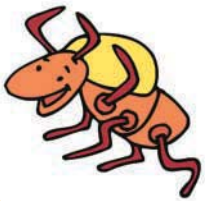


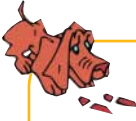
|       |         |
|-------|---------|
| 47    |         |
| x 25  |         |
| 35    | → 5x7   |
| ..... | → 5x40  |
| ..... | → 20x7  |
| ..... | → 20x40 |
| ..... | → 25x47 |

Στο 27° κεφάλαιο οι επιβάτες που μεταφέρει ένα πλοίο και επιβιβάζονται ή αποβιβάζονται στα νησιά του Αιγαίου θα μας δώσουν την αφορμή να εκτελέσουμε προσθέσεις και αφαιρέσεις με τετραψήφιους αριθμούς.

Στο 28°, 29° και 30° κεφάλαιο θα μάθουμε σταδιακά τον γραπτό πολλαπλασιασμό. Στο κεφάλαιο 28 με αφορμή τη μέτρηση των ψηφιδών σε ένα ψηφιδωτό ή των μικρών τετραγώνων σε ένα τετραγωνισμένο χαρτί σε σχήμα ορθογωνίου θα χωρίσουμε τις στήλες και θα οργανώσουμε τη μέτρηση με τα πολλαπλάσια του 10, γιατί είναι ευκολότερα. Στο κεφάλαιο 29, θα μάθουμε έναν τρόπο πολλαπλασιασμού με πίνακα που τον λέμε ελληνικό πολλαπλασιασμό. Στο κεφάλαιο 30 με βάση τον ελληνικό πολλαπλασιασμό θα γνωρίσουμε τον κάθετο γραπτό πολλαπλασιασμό που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή ζωή.

Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 31 θα λύσουμε διάφορα προβλήματα, χρησιμοποιώντας και τις νέες γνώσεις μας στον πολλαπλασιασμό.





## Ταξίδι με πλοίο

1



Ένα πλοίο ξεκίνησε από τη Θεσσαλονίκη με 1.423 επιβάτες.

Στη Λήμνο κατέβηκαν 865 και ανέβηκαν 1.678.

Πόσοι είναι τώρα οι επιβάτες στο πλοίο;



Διατυπώνω ένα δικό μου πρόβλημα και το δίνω στο διπλανό μου να το λύσει.

.....

.....

.....

.....

2



Κάνω τις πράξεις και γράφω το αποτέλεσμα.

\_\_\_\_\_

3



Ο Στάθης και ο Κοσμάς έκαναν την ίδια αφαίρεση, αλλά βρήκαν διαφορετικό αποτέλεσμα.

Κάνουμε τον έλεγχο στις αφαιρέσεις, για να δούμε ποιος έκανε λάθος.

Στάθης

$$\begin{array}{r} 2.356 \\ - 1.587 \\ \hline 769 \end{array} \quad + \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

Κοσμάς

$$\begin{array}{r} 2.356 \\ - 1.587 \\ \hline 1.231 \end{array} \quad + \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

Έκανε λάθος ο .....

4

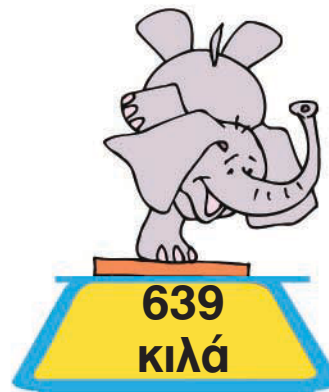
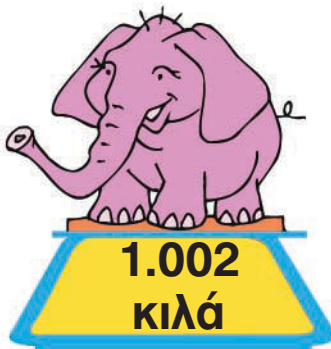
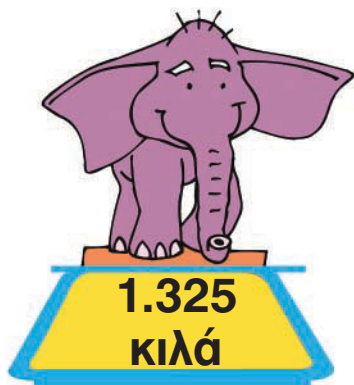


Οικογένεια ελεφάντων

Μπαμπάς ελέφαντας

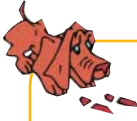
Μαμά ελεφαντίνα

Ελεφαντάκι



Πόσα περισσότερα κιλά ζυγίζει ο μπαμπάς από τη μαμά;

Πόσα κιλά ζυγίζει όλη η οικογένεια μαζί;



## Το ψηφιδωτό

1



Πίνακας Ν. Εγγονόπουλου (1961).

### 1. Παρατηρώ αυτό το ψηφιδωτό:

Πόσες είναι οι ψηφίδες του;  
Πώς τις μέτρησες;

### 2. Κόβω από μια σελίδα με τετραγωνάκια ένα ορθογώνιο που να έχει τον ίδιο αριθμό γραμμών και στηλών με το παραπάνω ψηφιδωτό.

### 3. Υπολογίζω τον αριθμό των τετραγώνων που έχει το ορθογώνιο που έκοψα:

Χαράζω γραμμές επάνω στο ορθογώνιο για να χωριστεί σε μικρότερα τετράγωνα ή ορθογώνια, στα οποία μπορούμε ευκολότερα να μετρήσουμε τα τετραγωνάκια.

### 4. Συμπληρώνω τώρα το γινόμενο που δίνει τον αριθμό από τα τετραγωνάκια στο ορθογώνιο :

$$\dots \times \dots = \dots$$



2



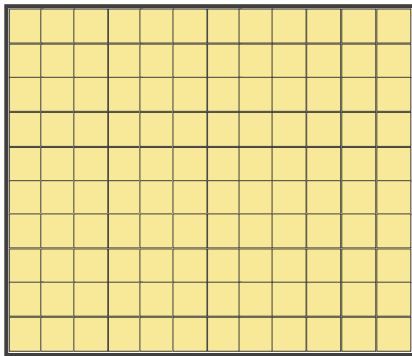
Βρίσκω τα γινόμενα και γράφω το αποτέλεσμα.

Six empty rounded rectangular boxes for writing multiplication results.

3

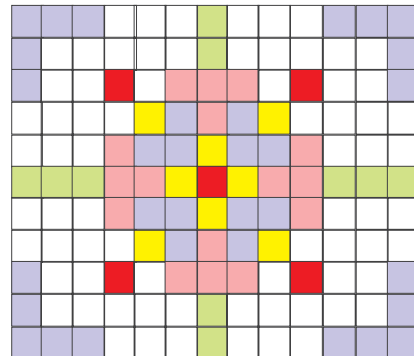


Πόσα είναι τα πλακάκια;



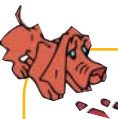
... X ... = ...

Πόσες είναι οι ψηφίδες στο ψηφιδωτό;



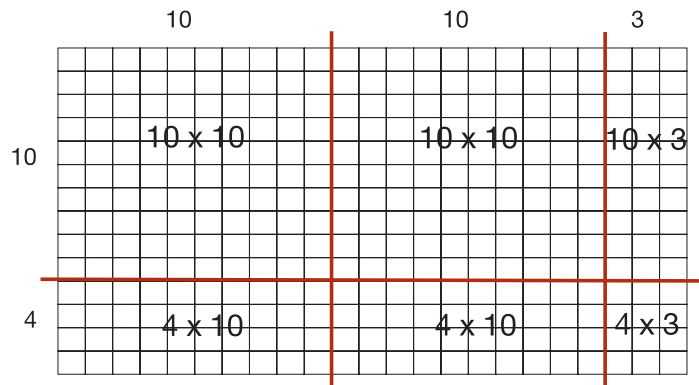
... X ... = ...

4



Θέλω να υπολογίσω τα τετραγωνάκια που είναι 14x23.

Χωρίζω το 23 σε 20 + 3  
 ή σε 10 + 10 + 3.  
 Χωρίζω το 14 σε 10 + 4.  
 Πολλαπλασιάζω χωριστά το 10,  
 με το 10, με το 10 και το 3.  
 (10x10, 10x10, 10x3).  
 Πολλαπλασιάζω το 4, με το 10, με  
 το 10 και το 3.  
 (4x10, 4x10, 4x3).



**συμπεραίνω**

Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε το γινόμενο 14 x 23:

- Χωρίζουμε το 23, σε 10 + 10 + 3 ή σε 20 + 3.
- Χωρίζουμε το 14, σε 10 + 4.
- Βρίσκουμε όλα τα γινόμενα, 10 x 10, 10 x 3, κτλ.
- Στο τέλος προσθέτουμε όλα αυτά τα γινόμενα.



## Ο ελληνικός πολλαπλασιασμός

- Κόβουμε σε τετραγωνισμένο χαρτί ένα ορθογώνιο με  $24 \times 35$  τετραγωνάκια.
- Υπολογίζουμε πόσα είναι όλα τα τετραγωνάκια στο ορθογώνιο που κόψαμε.



Για να υπολογίσουμε πόσα είναι τα  $24 \times 35$  τετραγωνάκια, μπορούμε να χαράξουμε στο τετραγωνισμένο χαρτί τον παρακάτω πίνακα.

|    |                             |                            |
|----|-----------------------------|----------------------------|
|    | 30                          | 5                          |
| 20 | $20 \times 30 = \dots\dots$ | $20 \times 5 = \dots\dots$ |
| 4  | $4 \times 30 = \dots\dots$  | $4 \times 5 = \dots\dots$  |

- Συμπλήρωσε τα γινόμενα μέσα στα πλαίσια του διπλανού σχήματος.
- Υπολόγισε το γινόμενο  $24 \times 35$ .



Βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας

Ο Ευτόκιος από την πόλη Ασκαλών στη Μέση Ανατολή, έζησε γύρω στον 5ο αιώνα μ.Χ. και έγραψε πολλά βιβλία με σχόλια σε μαθηματικά κείμενα του Αρχιμήδη και του Απολλωνίου του Περγαίου (σπουδαίων Ελλήνων μαθηματικών), οι οποίοι έζησαν αρκετούς αιώνες πριν απ' αυτόν. Ο Ευτόκιος στα σχόλια ενός βιβλίου του Αρχιμήδη εξηγεί και παρουσιάζει (γράφοντας τους αριθμούς με γράμματα όπως τους έγραφαν οι Αρχαίοι Έλληνες) τον **ελληνικό πολλαπλασιασμό**.

### συμπεραίνω

Όταν θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε δύο διψήφιους αριθμούς π.χ.  $24 \times 35$ :

- Αναλύουμε τον κάθε αριθμό στις δεκάδες και τις μονάδες του:  $35 = 30 + 5$  και  $24 = 20 + 4$ .
- Τοποθετούμε τους αριθμούς σε πίνακα (όπως στον παραπάνω πίνακα).
- Κάνουμε όλους τους πολλαπλασιασμούς μέσα στα κουτάκια του πίνακα
- και τέλος αθροίζουμε όλα αυτά τα γινόμενα, για να βρούμε το τελικό αποτέλεσμα.

2



Υπολογίζω και γράφω τα γινόμενα.

|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|

3



Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν στους παρακάτω πίνακες. Κάθε πίνακας αντιστοιχεί σε ένα γινόμενο. Υπολογίζω τα γινόμενα.

|    |                           |                              |
|----|---------------------------|------------------------------|
|    | 40                        | 6                            |
| 20 | $20 \times \dots = \dots$ | $\dots \times \dots = \dots$ |
| 3  | $3 \times \dots = \dots$  | $\dots \times \dots = \dots$ |

Ο παραπάνω πίνακας αντιστοιχεί στο γινόμενο:  $\dots \times \dots$   
 Υπολογίζω αυτό το γινόμενο:  
 $\dots \times \dots = \dots$

|     |                              |                              |
|-----|------------------------------|------------------------------|
|     | 50                           | ...                          |
| ... | $30 \times \dots = \dots$    | $\dots \times \dots = \dots$ |
| 4   | $\dots \times \dots = \dots$ | $\dots \times 7 = \dots$     |

Ο παραπάνω πίνακας αντιστοιχεί στο γινόμενο:  $\dots \times \dots$   
 Υπολογίζω αυτό το γινόμενο:  
 $\dots \times \dots = \dots$

4



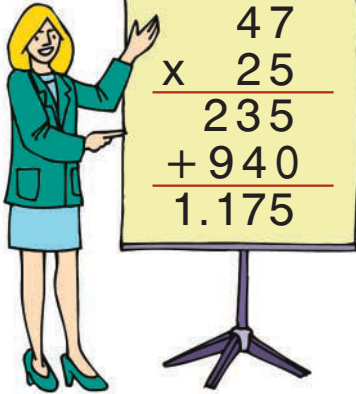
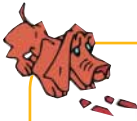
Ποια γινόμενα μπορώ να υπολογίσω με τους παρακάτω πίνακες; Βρίσκω και υπολογίζω τα γινόμενα.

|   |    |   |
|---|----|---|
|   | 20 | 6 |
| 7 |    |   |

|    |    |   |
|----|----|---|
|    | 60 | 4 |
| 30 |    |   |
| 2  |    |   |

|   |    |   |
|---|----|---|
|   | 40 | 8 |
| 5 |    |   |





## Μια νέα τεχνική

Η μητέρα του Πυθαγόρα κάνει τον πολλαπλασιασμό  $47 \times 25$  με μια γρήγορη τεχνική που χρησιμοποιείται σήμερα στην καθημερινή ζωή.

Ο Πυθαγόρας, για να καταλάβει αυτή την τεχνική, συμπληρώνει τις παρακάτω πράξεις και τους αντίστοιχους πίνακες του πολλαπλασιασμού.

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 25 \\ \hline 35 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \hline \dots \end{array}$$

$\rightarrow 5 \times 7$   
 $\rightarrow 5 \times 40$   
 $\rightarrow 20 \times 7$   
 $\rightarrow 20 \times 40$   
 $\rightarrow 25 \times 47$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 25 \\ \hline \dots \\ \dots \\ \dots \end{array}$$

$\rightarrow 5 \times 47$   
 $\rightarrow 20 \times 47$   
 $\rightarrow 25 \times 47$

|    |    |   |
|----|----|---|
|    | 40 | 7 |
| 20 |    |   |
| 5  |    |   |

|    |    |   |
|----|----|---|
|    | 40 | 7 |
| 20 |    |   |
| 5  |    |   |

Χρησιμοποιώ την ίδια τεχνική, για να υπολογίσω το γινόμενο  $47 \times 32$ .

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$$

|    |    |   |
|----|----|---|
|    | 40 | 7 |
| 30 |    |   |
| 2  |    |   |





2

Υπολογίζω και γράφω τα γινόμενα.

Six empty rounded rectangular boxes for writing answers.



3

Γράφω κάθετα και υπολογίζω τους πολλαπλασιασμούς που αντιστοιχούν στους παρακάτω πίνακες.

|    |         |  |
|----|---------|--|
|    | 24      |  |
| 10 | 10 x 24 |  |
| 5  | 5 x 24  |  |

|    |         |        |
|----|---------|--------|
|    | 50      | 4      |
| 30 | 30 x 50 | 30 x 4 |
| 6  | 6 x 50  | 6 x 4  |

**συμπεραίνω**

4

Ο αλγόριθμος του πολλαπλασιασμού



$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 34 \\ \hline \end{array}$$

|    |         |        |
|----|---------|--------|
|    | 60      | 7      |
| 30 | 30 x 60 | 30 x 7 |
| 4  | 4 x 60  | 4 x 7  |

Πολλαπλασιάζω το 4 επί το 7:  $4 \times 7 = 28$ . Γράφω το 8 και έχω 2 κρατούμενα.

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 34 \\ \hline 8 \end{array} \quad (2)$$

Πολλαπλασιάζω το 4 επί το 6:  $4 \times 6 = 24$ . 24 και 2 τα κρατούμενα 26. Γράφω το 26.

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 34 \\ \hline 268 \end{array} \quad (2)$$

Βάζω το 0 κάτω από το 8. Πολλαπλασιάζω το 3 επί το 7:  $3 \times 7 = 21$ . Γράφω το 1 και έχω 2 κρατούμενα.

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 34 \\ \hline 268 \\ 10 \end{array} \quad (2)$$

Πολλαπλασιάζω το 3 επί το 6:  $3 \times 6 = 18$ . 18 και 2 τα κρατούμενα = 20. Γράφω το 20.

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 34 \\ \hline 268 \\ 2010 \end{array} \quad (2)$$

Προσθέτω τα δύο μερικά γινόμενα 268 και 2010.

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 34 \\ \hline 268 \\ + 2010 \\ \hline 2278 \end{array} \quad (2)$$

2. Προτείνουμε πολλαπλασιασμούς διψήφιου με μονοψήφιο αριθμό όπως  $24 \times 3$ ,  $36 \times 4$ ,  $45 \times 6$  κτλ.



Υπολογίζω και γράφω τα γινόμενα.

1

|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|

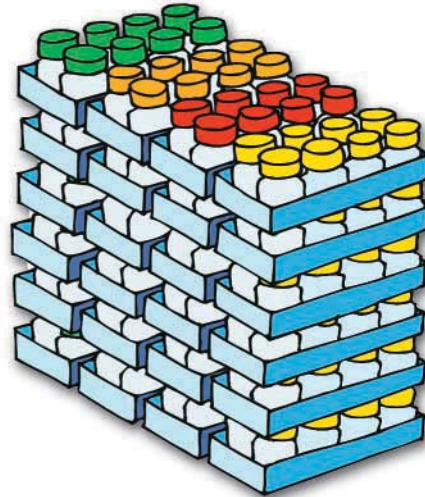
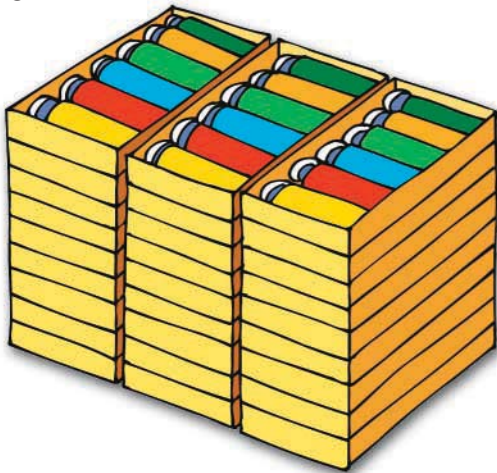


## Στο χρωματοπωλείο

Στο κατάστημα της κυρίας Ελένης υπάρχουν χρώματα σε σωληνάριο που πωλούνται σε κουτιά των 6 και χρώματα σε μπουκάλια που πωλούνται σε κουτιά των 8.



2



1. Πόσα σωληνάρια με χρώματα υπάρχουν στο κατάστημα;

.....  
 .....

2. Πόσα μπουκάλια με χρώματα υπάρχουν;

.....  
 .....

3. Ποια είναι περισσότερα, τα σωληνάρια ή τα μπουκάλια; Πόσο περισσότερα είναι;

.....  
 .....



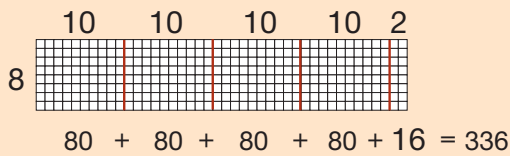
Σε μια μυρμηγκοφωλιά ζουν 42 εργατικά μυρμηγκία. Σήμερα κάθε μυρμηγκί μετέφερε στη φωλιά από 8 σπόρους. Πόσοι σπόροι μαζεύτηκαν στη φωλιά ;



Βλέπω πώς έλυσαν το πρόβλημα 3 παιδιά και συζητώ.



Ευτέρπη



Μιχάλης

$$\begin{array}{r} 42 \times 8 \\ 421 \\ \times 8 \\ \hline 336 \end{array}$$

Τόνια

$$\begin{array}{l} 42 \times 8 \\ 40 \times 8 = 320 \\ 2 \times 8 = 16 \\ 320 + 16 = 336 \end{array}$$



- Ο κύριος Παντελής μάζεψε από το χωράφι του μήλα και γέμισε 13 τελάρα. Κάθε τελάρο χωράει 14 κιλά μήλα.

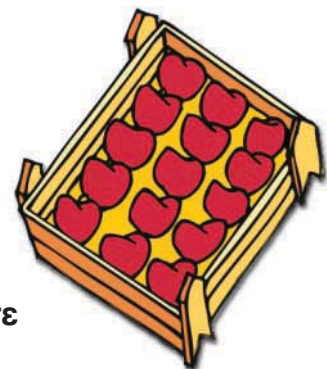
Πόσα κιλά μήλα μάζεψε;

Μάζεψε ..... κιλά μήλα.

- Ο κύριος Παντελής μάζεψε και αχλάδια με τα οποία γέμισε 25 τελάρα. Κάθε τελάρο χωράει 18 κιλά αχλάδια.

Πόσα κιλά αχλάδια μάζεψε;

Μάζεψε ..... κιλά αχλάδια.



α επαναληπτικό  
α 32 επαναληπτικό μάθημα  
δημιουργή

123 x 4567 + 896538 -

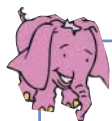
1



Γράφω και αναλύω τους αριθμούς.

\_\_\_\_\_

2



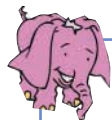
Ολυμπιάδα του 1896



Στις 29 Μαρτίου του 1896, ο Σπύρος Λούις τερμάτισε πρώτος στο Μαραθώνιο Δρόμο των πρώτων σύγχρονων Ολυμπιακών Αγώνων που έγιναν στην Αθήνα.

Πόσα χρόνια έχουν περάσει από τότε μέχρι σήμερα;  
.....

3



Βρίσκω τους αριθμούς Α και Β.

Αριθμός Α

1 χιλιάδα  
15 δεκάδες  
28 μονάδες  
13 εκατοντάδες

A = .....

Αριθμός Β

1 χιλιάδα  
23 δεκάδες  
16 εκατοντάδες  
32 μονάδες

B = .....



1. Αρχικά ο δάσκαλος προτείνει τετραψήφιους αριθμούς τους οποίους οι μαθητές βρίσκουν και γράφουν. Στη συνέχεια οι μαθητές αναλύουν τους αριθμούς αυτούς σε χιλιάδες, εκατοντάδες, δεκάδες και μονάδες.



4



Βρίσκω τις πράξεις και γράφω το αποτέλεσμα

5



Κάνω τις πράξεις.

Για να ελέγξω το αποτέλεσμα, εκτελώ την αντίστροφη πράξη.

$$\begin{array}{r} 1.354 \\ + 1.287 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ - \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.673 \\ - 1.256 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ + \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

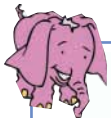
$$\begin{array}{r} 2.623 \\ - 1.358 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ + \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.740 \\ - 1.365 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ + \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

6



1. Πόσα μήλα έχει το ένα τελάρο;  
Το γράφω με μορφή γινομένου: ... x ...

2. Πόσα μήλα έχουν τα 6 τελάρα;  
.....

3. Πόσα μήλα έχουν τα 28 τελάρα;

4. Πόσα μήλα έχουν τα 100 τελάρα;